

XXVIII Olimpiada Matemática
de Países del Cono Sur
Guayaquil - Ecuador

XXVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA DE PAÍSES DEL CONO SUR
GUAYAQUIL - ECUADOR, 2017

Quinta-feira, 17 de agosto de 2017

PRIMEIRO DIA

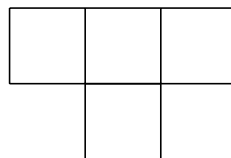
Problema 1. Um número inteiro positivo n se denomina *guayaquileño* se a soma dos dígitos de n é igual à soma dos dígitos de n^2 . Achar todos os possíveis valores que pode assumir a soma dos dígitos de um número guayaquileño.

Problema 2. Denotamos por $A(XYZ)$ a área do triângulo XYZ . Diz-se que um polígono $P_1P_2 \dots P_n$ convexo não-regular de n lados é *guayaco* se existe um ponto O em seu interior tal que:

$$A(P_1OP_2) = A(P_2OP_3) = \dots = A(P_{n-1}OP_n) = A(P_nOP_1).$$

Demonstrar que, para todo inteiro $n \geq 3$, existe um polígono guayaco de n lados.

Problema 3. Seja n um inteiro positivo. Tem-se um tabuleiro quadriculado $4 \times 4n$ dividido em casinhas 1×1 , e $4n$ peças como a que se mostra na figura abaixo. Determinar de quantas maneiras se pode cobrir totalmente o tabuleiro com essas peças.



Idioma: Português

*Duração: 4 horas
Cada problema vale 10 pontos*